

ホオズキ

八月も旧のお盆を過ぎると、朝夕はめっきりと涼しくなり、秋の気配さえ感じさせる。毎年のことだが、その頃になると庭の隅や道端でチラッと顔をのぞかせているホオズキの真赤な実が懐しく目に浮かんでくる。

幼な友達の光ちゃんがよく、熟れたホオズキの実を取ってきては外皮を開いて、ボンポンを手で揉んだり、口にくわえていた。また、皮を破らないようにして中の種を取り出し、それを口の中で勢いよく「ビー、ビー」と鳴らしていたのを憶えている。

赤いホオズキは女性の成熟のシンボルのような気がして、男の私には子供ごころにも恥らいを感じたものだった。私は少し早熟だったのだろうか。

彼女も今は二児の母親になっている。

今月のおもな行事

- 1日 漁業センサス準備調査
- 2～3日 住宅統計市町村職員事務打合せ会（県議会
議事堂大会議室）
- 21～23日 消費実態調査市町村事務指導
- 22～24日 住宅統計指導員事務打合せ会（水戸市・真
壁町・土浦市）
- 23～24日 労働力調査ブロック会議（大洗町）
漁業センサス全国主管課長会議
- 24～25日 関東甲信静ブロック県民所得推計事務研究
会会議（長野県）
- 31日 法人企業投資動向調査日

将来人口の長期予測 — ロジスティック曲線 — ……

これまで3月・4月号の「時系列の分析(L)・(F)」及び7月号の「茨城県の将来人口は」において将来人口予測の歴史と手法について解説されてきた。

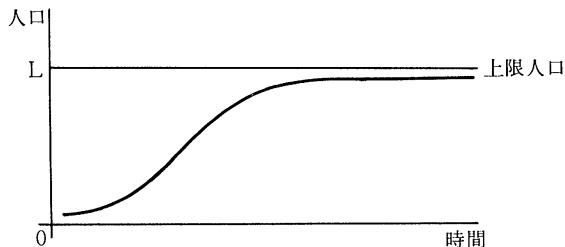
これらは10年後、20年後というように、10年単位での将来人口の予測について述べられたものといってよい。それより先の将来を予測するということは、これらの方法によっては無理が生じてくる。というのは誤差が大きくなってしまう場合が多い。

100年あるいは200年後の将来人口を予想するという場合には、直線、2次曲線及び指数曲線等の傾向線による方法ではもはや予測不可能に近い。

ところで、人口はたとえ一時的には経済の発展(不況)等が原因で急激に増加(減少)したとしても、100年あるいは200年という長期でみた場合には、増加(減少)の割合も減少してきて、ある時点までくるとある一定の数値に落ち着くというケースが多い。

このような人口増加の推移の経験的類型を図式化したものが既に「時系列の分析(L)・(F)」においても概略が示された「ロジスティック曲線」である。

今回は将来人口の長期予測の手法として、ロジスティック曲線について解説することにする。ロジスティック曲線のグラフは、次のようである。



また、ロジスティック曲線を式で表わすと、次のようになる。

$$Y = \frac{L}{1 + e^{\frac{b-t}{a}}} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、Lは上限人口(飽和人口)で、eは自然対数の底として用いられる一定の数値で具体的には2.71828……というものである。またYは人口であり、tは時間を表わす。なお、a及びbは定数である。

ロジスティック曲線によって傾向線をあてはめる簡単な方法としていくつかの方法があるが、ここでは3点法を用いることにする。

ロジスティック曲線は、時間とともに増加率が減少していく曲線である。従って、ロジスティック曲線によって傾向線のあてはめをする場合には、あらかじめ増加率の推移を調べた上で、それが減少している場合のみ実行可能である。

具体例として茨城県人口の増加率を国勢調査の結果によって調べると次のとおりである。

年次	昭和30年 ～35年	昭和35年 ～40年	昭和40年 ～45年	昭和45年 ～50年
増加率	△ 0.8%	0.4%	4.3%	9.3%

これをみると、国勢調査ごとに増加率が増加してきている。故に、茨城県人口の場合は、ロジスティック曲線によって将来人口の推計をすることは不可能となる。

推計可能な例として日立市の例をとってみることにする。当市の増加率の推移は、次のとおりである。

年次	昭和30年 ～35年	昭和35年 ～40年	昭和40年 ～45年	昭和45年 ～50年
増加率	19.1%	11.5%	7.5%	4.7%

このように毎回の国勢調査ごとに増加率が減少してきている。

そこで、日立市を例にとってロジスティック曲線により将来人口を推計してみるわけであるが、それには、日立市の場合ロジスティック曲線が具体的にどのような形をとるかを調べればよい。

そのためには、ロジスティック曲線の一般式である。

$$Y = \frac{L}{1 + e^{\frac{b-t}{a}}} \quad \text{において、定数である } a, b \text{ 及び } L \text{ を求めればよい。}$$

それでは、次に定数a、b及びLを求める方法について述べることにする。

日立市における過去3回の国勢調査の結果は、次のとおりである。なお、既に述べた3点法といわれるのは、このように過去の3つのデータを用いてロジスティック曲線の具体形を求めるからである。

川上 忠行

年次	t	国勢調査人口	Y
昭和40年	t ₀ = 0	179,703人	Y ₀
昭和45年	t ₁ = 1	193,210人	Y ₁
昭和50年	t ₂ = 2	202,383人	Y ₂

まず、(1)の一般式を次のように変形する。

$$\frac{1}{Y} = \frac{1}{L} (1 + e^{\frac{b-t}{a}})$$

次に、この式に上の表の数値を代入する。

$$\frac{1}{Y_0} = \frac{1}{L} (1 + e^{\frac{b}{a}}) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{1}{Y_1} = \frac{1}{L} (1 + e^{\frac{b-1}{a}}) \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{1}{Y_2} = \frac{1}{L} (1 + e^{\frac{b-2}{a}}) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $d_1 = \frac{1}{Y_0} - \frac{1}{Y_1}$ 、 $d_2 = \frac{1}{Y_1} - \frac{1}{Y_2}$ とおく。

$$(2)式-(3)式から d_1 = \frac{1}{L} e^{\frac{b}{a}} (1 - e^{-\frac{1}{a}}) \dots\dots\dots (5)$$

$$(3)式-(4)式から d_2 = \frac{1}{L} e^{\frac{b-1}{a}} (1 - e^{-\frac{1}{a}}) \dots\dots\dots (6)$$

従って、(5)式÷(6)式から $e^{\frac{1}{a}} = \frac{d_1}{d_2}$ となる。

この式の両辺の対数をとると $\log e^{\frac{1}{a}} = \log \frac{d_1}{d_2}$ となる。

これを变形すると $a = \frac{\log e}{\log d_1 - \log d_2} \dots\dots\dots (7)$ となり、

定数 a が求まる。log e は具体的には 0.43429 である。

次に、(5)式と(6)式から $\frac{1}{L} e^{\frac{b}{a}} = \frac{d_1^2}{d_1 - d_2} \dots\dots\dots (8)$ を得る。

この式の両辺の対数をとる。

$$\log \frac{1}{L} e^{\frac{b}{a}} = \log \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}$$

变形して、 $\log \frac{1}{L} + \log e^{\frac{b}{a}} = \log \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}$

これは、 $\frac{b}{a} \log e = \log L + \log \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}$ となる。

従って、 $b = \frac{a}{\log e} \left\{ \log L + \log \frac{d_1^2}{d_1 - d_2} \right\} \dots\dots\dots (9)$

となり、定数 b が求まる。

次に(2)式に(8)式を代入して、次の式を得る。

$$\frac{1}{Y_0} = \frac{1}{L} + \frac{1}{L} e^{\frac{b}{a}} = \frac{1}{L} + \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}$$

従って、 $L = \frac{1}{\frac{1}{Y_0} - \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}} \dots\dots\dots (10)$ となり、

定数 L が求まる。

以上のようにして、定数 a、b 及び L が決まる。

以下において、日立市の例により定数 a、b、L を求めてみることにする。

まず、 d_1 、 d_2 及び $\frac{d_1^2}{d_1 - d_2}$ を求める。

$$\left\{ \begin{aligned} d_1 &= \frac{1}{Y_0} - \frac{1}{Y_1} = \frac{1}{179,703} - \frac{1}{193,210} = 0.38902 \times 10^{-6} \\ d_2 &= \frac{1}{Y_1} - \frac{1}{Y_2} = \frac{1}{193,210} - \frac{1}{202,383} = 0.23459 \times 10^{-6} \\ \frac{d_1^2}{d_1 - d_2} &= \frac{(0.23459 \times 10^{-6})^2}{0.38902 \times 10^{-6} - 0.23459 \times 10^{-6}} \\ &= 0.98000 \times 10^{-6} \end{aligned} \right.$$

これから、定数 a、b、L を求める。順序として、初めに a を求め次に L を、最後に b を求めることにする。

(7)式から a を求める。

$$a = \frac{\log e}{\log d_1 - \log d_2} = \frac{0.43429}{\log(0.38902 \times 10^{-6}) - \log(0.23459 \times 10^{-6})} = 1.97710$$

(10)式から L を求める。

$$L = \frac{1}{\frac{1}{Y_0} - \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}} = \frac{1}{\frac{1}{179,703} - 0.98000 \times 10^{-6}} = 218,115$$

(9)式から b を求める。

$$b = \frac{a}{\log e} \left\{ \log L + \log \frac{d_1^2}{d_1 - d_2} \right\} = \frac{1.97710}{0.43429} \times \left\{ \log 218,115 + \log(0.98000 \times 10^{-6}) \right\} = -3.05053$$

従って、日立市におけるロジスティック曲線の式は次のようになる。

$$Y = \frac{218,115}{1 + e^{\frac{-3.05053 - t}{1.97710}}} \dots\dots\dots (11)$$

この式から将来人口を求めることができる。t に 3、4 …… を代入すればよい。

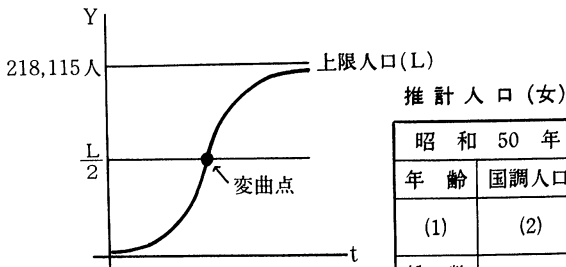
この結果、日立市の昭和55年と60年の人口はそれぞれ次表のようになる。

年次	t	Y
昭和55年	3	208,350 [△]
昭和60年	4	212,118

また、(1)式から日立市の上限人口は218,115人となる。昭和53年6月1日現在における日立市の人口は常住人口調査によると、203,069人である。

従って現在の社会・経済状況がこのまま続いていくとすれば、日立市の人口はあと約15,000人増加すると、増加傾向がほとんど止まるといように推定される。

また、(1)式をグラフに表わすと次のようになる。



ロジスティック曲線は変曲点に対して対称であり、変曲点までは上向きに増加し、変曲点を通過した後は下向きに増加しながら上限人口に近づく。

さて、ここで、すでに紹介した手法(53年4月号・7月号)による結果と参考までに比較してみることにしよう。

年齢階級別推計による方法

前月7月号で紹介した5歳階級別推計方法に従って、日立市の昭和55年の人口を推計してみることとする。

計算方法については、前月号を参照してください。ここでは、その結果だけを掲載します。

なお、日立市の昭和45年と50年の女子年齢別の出生数は次表のとおりです。

女子年齢別出生数(日立市)

女子年齢	出生数	
	昭和45年	昭和50年
15～19 ^歳	46 [△]	28 [△]
20～24	1,056	936
25～29	2,576	2,217
30～34	918	727
35～39	156	114
40～44	22	19
計	4,774	4,041

茨城県衛生統計年報

推計人口(女)

昭和50年	昭和50年	昭和55年	昭和50～55年	昭和55年			
年齢	国調人口	生存率	年齢	封鎖人口	純移動率	純移動数	推計人口
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) =(2)×(3)	(6)	(7) =(5)+(6)	(8) =(5)+(7)
総数	—	—	—	—	—	—	115,702 [△]
出生	(10,621) [△]	0.99035	0～4 ^歳	(10,519) [△]	1.05012	(11,046)	(21,565)
0～4 ^歳	10,504	0.99751	5～9	10,478	△0.09134	△957	9,521
5～9	9,115	0.99891	10～14	9,105	△0.05655	△515	8,590
10～14	7,411	0.99874	15～19	7,401	△0.02978	△220	7,181
15～19	6,298	0.99799	20～24	6,285	△0.05749	△361	5,924
20～24	7,768	0.99724	25～29	7,747	0.04751	368	8,115
25～29	10,499	0.99650	30～34	10,462	△0.06893	△721	9,741
30～34	9,644	0.99541	35～39	9,600	△0.08656	△831	8,769
35～39	8,145	0.99334	40～44	8,091	△0.05330	△431	7,660
40～44	6,270	0.98984	45～49	6,206	△0.02902	△180	6,026
45～49	5,401	0.98437	50～54	5,317	△0.03520	△187	5,130
50～54	5,047	0.97619	55～59	4,927	△0.03780	△186	4,741
55～59	4,464	0.96312	60～64	4,299	0.00900	39	4,338
60～64	3,659	0.93783	65～69	3,432	△0.00689	△24	3,408
65～69	2,583	0.88666	70～74	2,290	△0.02687	△62	2,352
70～74	1,725	0.80558	75～79	1,390	△0.03338	△46	1,344
75～79	1,217	0.68690	80～84	836	△0.01154	△10	826
80≥	1,011	0.41963	85≥	424	0.11036	47	471

推計人口(男)

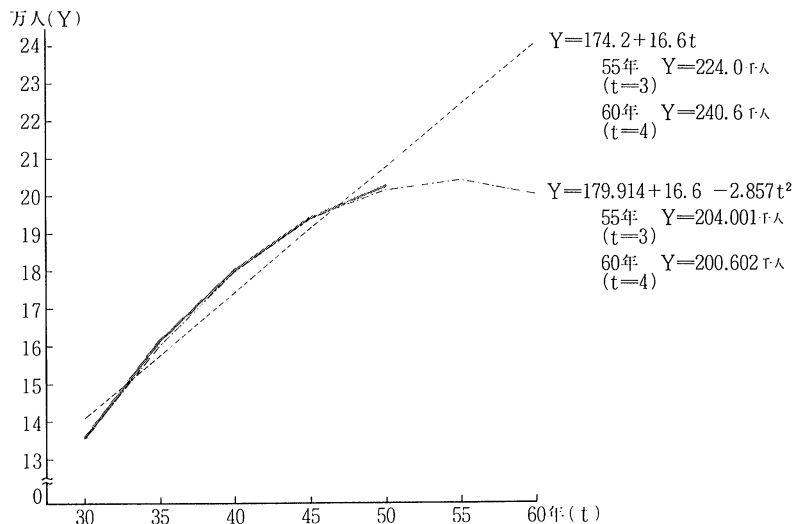
昭和50年	昭和50年	昭和55年	昭和50～55年	昭和55年
年齢	国調人口	生存率	年齢	封鎖人口
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) =(2)×(3)
総数	—	—	—	—
出生	11,241 [△]	0.98769	0～4 [△]	11,103 [△]
0～4 [△]	11,174	0.99648	5～9	11,135
5～9	9,816	0.99834	10～14	9,800
10～14	7,853	0.99731	15～19	7,832
15～19	6,345	0.99486	20～24	6,312
20～24	8,314	0.99453	25～29	8,269
25～29	10,094	0.99417	30～34	10,035
30～34	10,361	0.99215	35～39	10,280
35～39	9,456	0.98773	40～44	9,435
40～44	6,908	0.98111	45～49	6,778
45～49	5,401	0.97228	50～54	5,251
50～54	3,997	0.95844	55～59	3,831
55～59	3,452	0.93396	60～64	3,224
60～64	3,404	0.89033	65～69	3,031
65～69	2,316	0.81743	70～74	1,893
70～74	1,426	0.71633	75～79	1,021
75～79	781	0.58564	80～84	457
80≥	510	0.35727	85≥	182

男女別の昭和55年における日立市の推計人口は次のとおりの結果である。

昭和55年推計人口	
男	105,555 [△]
女	115,702
計	221,257

傾向線(一次・二次曲線)による推計

参考までに、傾向線により推計した場合のグラフを掲載する。実数と二次曲線がほとんど重なっている。



(県統計課・人口学事統計)