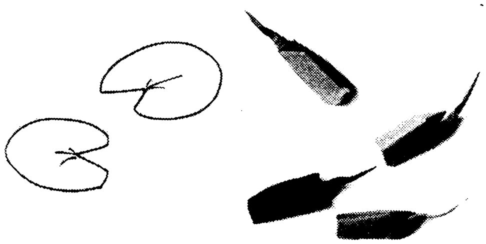
歳時記



4月は新入学の季節。

「オタマジャクシは蛙の子，ナマズの子ではないわいな」というとおり，大体は子は親に似るようです。まあ，なかには「トンビがタカを生んだ」ような子もいるかもしれません。そのわずかな可能性に親は自分の子を賭けるのでしょうが，失望を味わうのももうすぐです。

今月のおもな行事

○4～8日　学校基本調査事務打合せ会（市町村）(水戸・鹿島・土浦・下館)
○5日　全国統計主管課長会議（東京都）
○6～7日　関東ブロック統計主管課庶務主任者会議（大洗町・かもめ荘）
○11～12日　全国統計主管課庶務主任者会議（東京都）
○11～14日　学校保健調査事務打合せ会（指定校）(水戸・鹿島・土浦・下館)
○13～14日　統計実務講習会（東京都）
○14日　北関東4県統計課長会議（栃木県）
○17～19日　学校基本調査事務打合せ会（高校）(水戸・鹿島・土浦・下館)
○18～19日　事業所統計第1次地方事務打合せ会（山梨県）

さいじき

●シリーズ「統計」

時系列の分析（下）—人口予測の手法として—……・

先月号では，人口予測の発展過程について歴史的にみてみました。いくつかの手法が見出されてきた訳ですが，それを内容的にみてみますと，大きく２つに分けることができます。

１つは，19世紀に一応の完成をみた傾向線による手法，もう１つは，20世紀に入ってから開発された死亡率（あるいは生存率＝１－死亡率）と出生率とによって人口の再生産に着目する手法です。

今回は，題名の示すとおり，時系列的な分析による傾向線を算出し，それによって人口を予測する手法を紹介します。傾向線を算出する場合，最小二乗法によって計算するのが普通です。その考え方は，本紙６月号のこの欄をみてください。

傾向線として使われるものは，通常簡単なものばかりです。その主なものをみてみましょう。

１．直線　$Y=a+bt$　（a，b：定数）

変化（増減）がほぼ一定している場合有効です。短期間の傾向をみる場合には，この一番簡単な手法でこと足りる場合が多いようです。

２．２次曲線　$Y=a+bt+ct^2$

変化の方向が一定でなく，増加傾向と減少傾向の部分とが含まれている可能性のある場合に有効です。

３．指数曲線　$Y=a\cdot b^t$　または　$\log Y=A+Bt$

変化の割合がほぼ一定である場合。等比的に変化する傾向のある系列の場合に有効です。

４．ロジスティック曲線

$$Y=\frac{L}{1+e^{\frac{b-t}{a}}}\quad\left(\begin{array}{l}L\ \text{：飽和人口,}\\ e\ \text{：自然対数の底,}\\ a,b\text{：定数}\end{array}\right)$$

長期間にわたる傾向の中で，初期発展の段階から躍進過程をへて，安定ないし飽和状態に続く全過程を含むような系列の場合に有効です。

すべての傾向が，この４つの傾向線で説明できるはずはありません。系列の変化が複雑で，この傾向線にあてはまりそうもない時には，無理をせず，系列を簡単な形の傾向線で表現することのできる幾つかの部分に分けて，期間ごとに別々にあてはめた傾向線をつなぎ合わせて使うというのが実際的で有効な手法です。

本紙1977年５月号の「茨城の20年」に掲載されている人口データを利用して，傾向線を幾つか算出してみましょう。

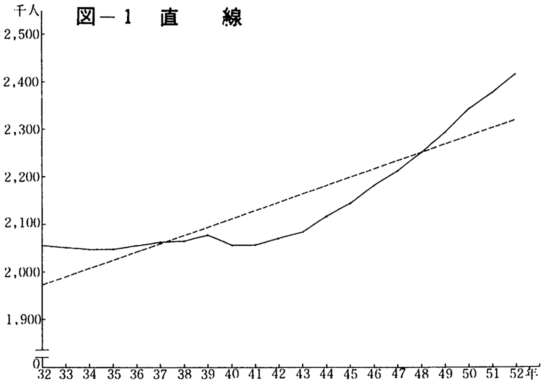
１．直線

$Y=a+bt$ のa，bを求めるためには，正規方程式を解けばよいのですから，表－１のデータから，

$$\begin{cases}\Sigma Y'=na+b\Sigma t\\ \Sigma tY'=a\Sigma t+b\Sigma t^2\end{cases}$$

の解として，a，bを算出すればよいのです。今，$t=0$

図－１　直　　線



表－１　直　　線

年次	t	Y'	tY'	t^2	Y	年次	t	Y'	tY'	t^2	Y
昭和32年	−10	千人 2,055	−20,550	100	千人 1,972	昭和43年	1	千人 2,085	2,085	1	千人 2,163
33	−9	2,051	−18,459	81	1,990	44	2	2,118	4,236	4	2,181
34	−8	2,047	−16,376	64	2,007	45	3	2,144	6,432	9	2,198
35	−7	2,047	−14,329	49	2,024	46	4	2,181	8,724	16	2,215
36	−6	2,055	−12,330	36	2,042	47	5	2,211	11,055	25	2,233
37	−5	2,063	−10,315	25	2,059	48	6	2,250	13,500	36	2,250
38	−4	2,065	−8,260	16	2,076	49	7	2,294	16,058	49	2,267
39	−3	2,077	−6,231	9	2,094	50	8	2,342	18,736	64	2,285
40	−2	2,056	−4,112	4	2,111	51	9	2,378	21,402	81	2,302
41	−1	2,057	−2,057	1	2,128	52	10	2,416	24,160	100	2,319
42	0	2,071	0	0	2,146	計	0	45,063	13,369	770	－

伊藤　宰

を期間の中央にとりましたから$\Sigma t=o$です。

ですから上の式はもっと簡単になります。

$$\begin{cases}\Sigma\ Y'=na\\ \Sigma tY'=b\Sigma t^2\end{cases}$$

これに表－1の数を入れて，

$45{,}063=21a$　　$\therefore\ a=2{,}145.857$

$13{,}369=770b$　　$\therefore\ b=17.362$

という解を得ます。

よって

$$Y=2{,}145.857+17.362t$$

となります。tの値を順次代入して，Yの値を得ることができます。図－1をみてください。実線がY'を，点線がYを図示したものです。

2．2次曲線

この場合の正規方程式は，

$$\begin{cases}\Sigma\ \ Y'=na+b\Sigma t+c\Sigma t^2\\ \Sigma t\ Y'=a\Sigma t+b\Sigma t^2+c\Sigma t^3\\ \Sigma t^2Y'=a\Sigma t^2+b\Sigma t^3+c\Sigma t^4\end{cases}$$

となります。$t=o$が期間の中央ですから，直線の場合と同様，$\Sigma t=\Sigma t^3=o$となります。ですから上の式は下のように簡単になります。

$$\begin{cases}\Sigma\ \ Y'=na+c\Sigma t^2\\ \Sigma t\ Y'=b\Sigma t^2\\ \Sigma t^2Y'=a\Sigma t^2+c\Sigma t^4\end{cases}$$

これに表－2の数を代入して，

$45{,}063=21a+770c$　——①

$13{,}369=770b$　——②

$1{,}688{,}047=770a+50{,}666c$　——③

これを計算するのは皆さんがやって下さい。

$a=2{,}087.444$

$b=17.362$

$c=1.593$

となります。したがって傾向線は，

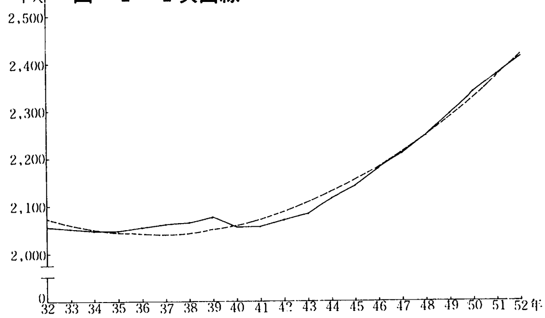
$$Y=2{,}087.444+17.362t+1.593t^2$$

です。tを順次代入して計算します。

3．指数曲線

$Y=a\cdot b^t$の式で表わされます。$b>1$ならばYは常に増加，$b<1$ならば常に減少傾向となります。

図－2　2次曲線



表－2　2次曲線

年次	t	Y'	tY'	t^2	t^2Y'	t^4	Y	年次	t	Y'	tY'	t^2	t^2Y'	t^4	Y
昭和32年	−10	千人 2,055	−20,550	100	205,500	10,000	千人 2,073	昭和43年	1	千人 2,085	2,085	1	2,085	1	千人 2,106
33	−9	2,051	−18,459	81	166,131	6,561	2,060	44	2	2,118	4,236	4	8,472	16	2,129
34	−8	2,047	−16,376	64	131,008	4,096	2,051	45	3	2,144	6,432	9	19,296	81	2,154
35	−7	2,047	−14,329	49	100,303	2,401	2,044	46	4	2,181	8,724	16	34,896	256	2,182
36	−6	2,055	−12,330	36	73,980	1,296	2,041	47	5	2,211	11,055	25	55,275	625	2,214
37	−5	2,063	−10,315	25	51,575	625	2,040	48	6	2,250	13,500	36	81,000	1,296	2,249
38	−4	2,065	−8,260	16	33,040	256	2,043	49	7	2,294	16,058	49	112,406	2,401	2,287
39	−3	2,077	−6,231	9	18,693	81	2,050	50	8	2,342	18,736	64	149,888	4,096	2,328
40	−2	2,056	−4,112	4	8,224	16	2,059	51	9	2,378	21,402	81	192,618	6,561	2,373
41	−1	2,057	−2,057	1	2,057	1	2,072	52	10	2,416	24,160	100	241,600	10,000	2,420
42	0	2,071	0	0	0	0	2,087	計	0	45,063	13,369	770	1,688,047	50,666	−

このままでは計算しずらいので，対数をとります。

$\log Y=\log a+t\cdot\log b$

$\log a=A$，$\log b=B$ とおくと

$\log Y=A+B\cdot t$

よって正規方程式は，

$$\begin{cases}\Sigma\log Y'=nA+B\Sigma t\\ \Sigma t\cdot\log Y'=A\Sigma t+B\Sigma t^2\end{cases}$$

$\Sigma t=0$ ですから，簡単な式になります。

$$\begin{cases}\Sigma\log Y'=nA\\ \Sigma t\cdot\log Y'=B\Sigma t^2\end{cases}$$

を解けばよいのですから，

$69.9502=21A$

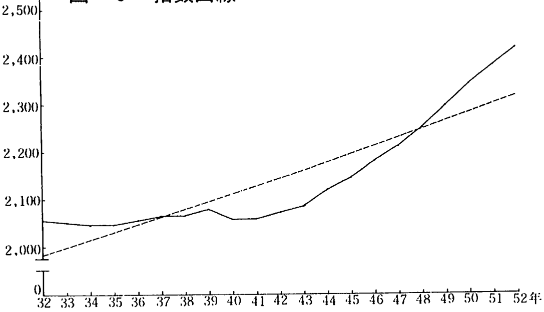
$2.6505=770B$

$\therefore A=\log a=3.3310$

$B=\log b=0.0034$

したがって

図－3　指数曲線



$\log Y=3.3310+0.0034t$

となります。これに順次 t を代入します。そうすれば $\log Y$が求まります。これを真数に戻してやれば Yの値が決まります。対数表を使うと大変ですから，できれば関数機能のついた電卓が欲しいものです。

ちなみに，この場合の bの値は，$b=1.0079$ ですので，$b>1$，つまり増加傾向を示しています。

図－3をみる限りでは，まるで直線のようですが，長期の傾向をみてみないと曲線らしくならないようです。

4．ロジスティック曲線

普通は3点法という手法で計算します。かなり長期の傾向としてみないと，あてはまりません。

今回のデータからは，計算不可能でした。これは，茨城県の人口がまだ安定ないし飽和状態になっていない，ということでしょう。

昭和52年は $t=10$でした。t の値を，$t=11$，12，13として代入していけば，それぞれ昭和53年，54年，55年の値が求まります。これが傾向線による将来人口の予測となるわけです。いま算出した3つの傾向線にそれぞれの t の値を代入して，将来人口を計算してみましょう。

直線と指数曲線は，ほぼ同じ値になってしまいましたが，図をみればわかるように，茨城県の21年間の人口の傾向には，2次曲線が一番適合しているようです。ここには紹介しませんが，3次曲線で表わしてみますと，変化が少し急

表－3　指数曲線

年次	t	Y'	$\log Y'$	$t\log Y'$	t^2	$\log Y$	Y	年次	t	Y'	$\log Y'$	$t\log Y'$	t^2	$\log Y$	Y
昭和32年	−10	千人 2,055	3.3128	−33.1280	100	3.2970	千人 1,982	昭和43年	1	千人 2,085	3.3191	3.3191	1	3.3191	千人 2,160
33	−9	2,051	3.3120	−29.8080	81	3.3004	1,997	44	2	2,118	3.3259	6.6518	4	3.3378	2,177
34	−8	2,047	3.3111	−26.4888	64	3.3038	2,013	45	3	2,144	3.3312	9.9936	9	3.3412	2,194
35	−7	2,047	3.3111	−23.1777	49	3.3072	2,029	46	4	2,181	3.3387	13.3548	16	3.3446	2,211
36	−6	2,055	3.3128	−19.8768	36	3.3106	2,045	47	5	2,211	3.3446	16.7230	25	3.3480	2,228
37	−5	2,063	3.3145	−16.5725	25	3.3140	2,061	48	6	2,250	3.3522	20.1132	36	3.3514	2,246
38	−4	2,065	3.3149	−13.2596	16	3.3174	2,077	49	7	2,294	3.3606	23.5242	49	3.3548	2,264
39	−3	2,077	3.3174	−9.9522	9	3.3208	2,093	50	8	2,342	3.3696	26.9568	64	3.3582	2,281
40	−2	2,056	3.3130	−6.6260	4	3.3242	2,110	51	9	2,378	3.3762	30.3858	81	3.3616	2,299
41	−1	2,057	3.3132	−3.3132	1	3.3276	2,126	52	10	2,416	3.3831	33.8310	100	3.3650	2,317
42	0	2,071	3.3162	0	0	3.3310	2,143	計	0	45,063	69.9502	2.6505	770	—	—

表－4　茨城の将来人口

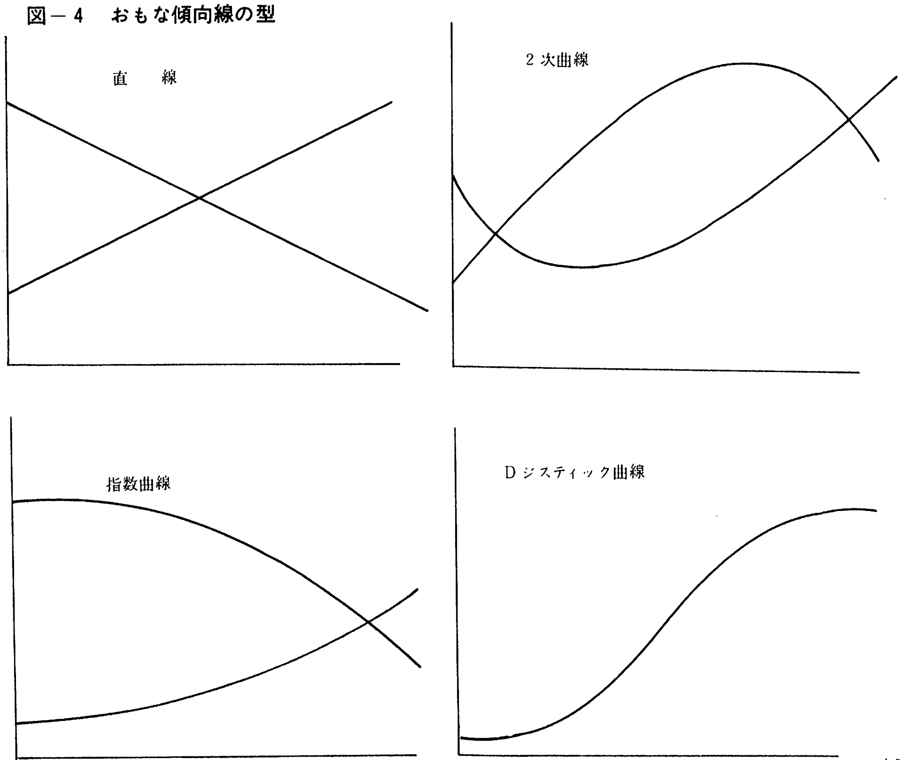
年　　次	昭和53年	54	55
t	11	12	13
直　　　線	2,337千人	2,354千人	2,372千人
2 次 曲 線	2,471	2,525	2,582
指 数 曲 線	2,336	2,354	2,372

になりすぎて，値は高めにでているようです。

これらの傾向線の典型的な形は図－4のとおりです。まずもとのデータをグラフに図示し，そのグラフの形がどの傾向線の型に合うかをみて，傾向線式の種類を決定すればよいのです。

考え方がわかったところで，実際に皆さんのもつデータを使って，計算してみてください。

図－4　おもな傾向線の型



（県統計課　企画調整係）